

Limits and Continuity

Evaluate each limit.

1) $\lim_{x \rightarrow 0} (x^3 + 5x^2 + 3x - 7)$

2) $\lim_{x \rightarrow -1} \sqrt[3]{-2x - 5}$

3) $\lim_{x \rightarrow 3} -5$

4) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x + 2}{x^2 + 8x + 16}$

5) $\lim_{x \rightarrow 0} (x^3 - x^2 + 1)$

6) $\lim_{x \rightarrow -3} -\sqrt{-x + 1}$

7) $\lim_{x \rightarrow 2} \sqrt[3]{-x + 5}$

8) $\lim_{x \rightarrow 0} (x^3 - 2x^2 - 1)$

9) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 + x - 6}{x - 2}$

10) $\lim_{x \rightarrow -3} (2x + 1)$

11) $\lim_{x \rightarrow 3} \sqrt[3]{-2x - 1}$

12) $\lim_{x \rightarrow 1} (2x + 4)$

13) $\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{|x - 3|}{x - 3}$

14) $\lim_{x \rightarrow 2} \lfloor -x - 1 \rfloor$

$$15) \lim_{x \rightarrow -3} \lfloor -2x - 2 \rfloor$$

$$16) \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x), f(x) = \begin{cases} \frac{x}{2} - \frac{1}{2}, & x < 1 \\ 2x - 5, & x \geq 1 \end{cases}$$

$$17) \lim_{x \rightarrow -1^-} \left\lfloor \frac{x}{2} - \frac{1}{2} \right\rfloor$$

$$18) \lim_{x \rightarrow -1} \lfloor -2x + 2 \rfloor$$

$$19) \lim_{x \rightarrow 2^-} (-|x - 2| + 2)$$

$$20) \lim_{x \rightarrow 3^+} f(x), f(x) = \begin{cases} x - 2, & x \leq 3 \\ x^2 - 8x + 16, & x > 3 \end{cases}$$

$$21) \lim_{x \rightarrow 0^+} \lfloor -x - 1 \rfloor$$

$$22) \lim_{x \rightarrow -2} \lfloor 2x + 1 \rfloor$$

$$23) \lim_{x \rightarrow -2} \frac{2 \lfloor -x - 2 \rfloor}{-x - 2}$$

$$24) \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x), f(x) = \begin{cases} 2x - 1, & x < 1 \\ -\frac{x}{2} + \frac{3}{2}, & x \geq 1 \end{cases}$$

$$25) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan(x)}{3x}$$

$$26) \lim_{x \rightarrow 1} f(x), f(x) = \begin{cases} -x^2 + 4x - 1, & x \neq 1 \\ -2, & x = 1 \end{cases}$$

$$27) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(3x)}{3x}$$

$$28) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x}{\tan(3x)}$$

$$29) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(5x)}{3x}$$

$$30) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right)}{x}$$

$$31) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 2x - 3}{x - 3}$$

$$32) \lim_{x \rightarrow 0} f(x), f(x) = \begin{cases} -x^2 + 3, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$$

$$33) \lim_{x \rightarrow 1} f(x), f(x) = \begin{cases} -2x + 1, & x \neq 1 \\ -5, & x = 1 \end{cases}$$

$$34) \lim_{x \rightarrow 3} f(x), f(x) = \begin{cases} x^2 - 10x + 25, & x \neq 3 \\ 0, & x = 3 \end{cases}$$

$$35) \lim_{x \rightarrow 1} f(x), f(x) = \begin{cases} 2x - 1, & x \neq 1 \\ 2, & x = 1 \end{cases}$$

$$36) \lim_{x \rightarrow -3} f(x), f(x) = \begin{cases} -2 - \frac{x}{2}, & x \neq -3 \\ -4, & x = -3 \end{cases}$$

$$37) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} \cot(2x)$$

$$38) \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x - 3}{x^2 + 2x + 1}$$

$$39) \lim_{x \rightarrow -2^-} -\frac{x + 2}{x^2 + 5x + 6}$$

$$40) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} -\tan(x)$$

$$41) \lim_{x \rightarrow -2^-} -\frac{1}{x + 2}$$

$$42) \lim_{x \rightarrow -2} -\frac{x - 2}{x^2 - 4}$$

43) $\lim_{x \rightarrow -3} -\frac{x+2}{x^2+5x+6}$

44) $\lim_{x \rightarrow -\frac{\pi}{2}} \cot(2x)$

45) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2}{3x-9}$

46) $\lim_{x \rightarrow -\frac{3\pi}{4}^+} -\tan(x)$

47) $\lim_{x \rightarrow -\pi^-} 2\csc(x)$

48) $\lim_{x \rightarrow 0} -\sec(2x)$

49) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{\frac{3x^2+2}{2x^2+3}}$

50) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{3x^2+3}}{3x+3}$

51) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-x-2}{x^2+x+1}$

52) $\lim_{x \rightarrow \infty} (x^4 + x^3 - 3x^2 + 4)$

53) $\lim_{x \rightarrow -\infty} -\frac{x^3}{2x^2-2}$

54) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{25x}{x^2+25}$

55) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(-\frac{x^2}{2} - x + \frac{11}{2}\right)$

56) $\lim_{x \rightarrow -\infty} -\frac{2x^4}{3x^2+4}$

$$57) \lim_{x \rightarrow \infty} (-x^4 + x^2 + 4)$$

$$58) \lim_{x \rightarrow -\infty} (-x^3 + x^2 + 4)$$

$$59) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x}{x+1}$$

$$60) \lim_{x \rightarrow -\infty} (x^5 - 3x^3 + 1)$$

Determine if each function is continuous. If the function is not continuous, find the x -axis location of and classify each discontinuity.

$$61) f(x) = x^2 - 6x + 7$$

$$62) f(x) = \begin{cases} x + 4, & x \leq -2 \\ 1, & x > -2 \end{cases}$$

$$63) f(x) = -x^2 - 6x - 9$$

$$64) f(x) = -\frac{x^2 + 5x + 6}{x + 3}$$

$$65) f(x) = \cos \frac{1}{x - \pi}$$

$$66) f(x) = \begin{cases} -x^2 - 4x - 4, & x \neq -2 \\ 0, & x = -2 \end{cases}$$

$$67) f(x) = -2x^2 + 16x - 33$$

$$68) f(x) = \begin{cases} x \sin \frac{1}{x}, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$$

$$69) f(x) = \sin \frac{1}{x - \pi}$$

$$70) f(x) = \sin \frac{1}{x + \pi}$$

$$71) f(x) = \frac{x}{x^2 + 4x + 4}$$

$$72) f(x) = \begin{cases} x + 2, & x \leq -2 \\ -\frac{x}{2} - 1, & x > -2 \end{cases}$$

Answers to Limits and Continuity

- | | | | |
|---|-------------------------------------|--|---------------------|
| 1) -7 | 2) $-\sqrt[3]{3}$ | 3) -5 | 4) $\frac{1}{9}$ |
| 5) 1 | 6) -2 | 7) $\sqrt[3]{3}$ | 8) -1 |
| 9) 3 | 10) -5 | 11) $-\sqrt[3]{7}$ | 12) 6 |
| 13) 1 | 14) Does not exist. | 15) Does not exist. | 16) -3 |
| 17) -2 | 18) Does not exist. | 19) 2 | 20) 1 |
| 21) -2 | 22) Does not exist. | 23) Does not exist. | 24) 1 |
| 25) $\frac{1}{3}$ | 26) 2 | 27) 0 | 28) $\frac{2}{3}$ |
| 29) $\frac{5}{3}$ | 30) 0 | 31) 4 | 32) 3 |
| 33) -1 | 34) 4 | 35) 1 | 36) $-\frac{1}{2}$ |
| 37) $-\infty$ | 38) $-\infty$ | 39) -1 | 40) Does not exist. |
| 41) ∞ | 42) Does not exist. | 43) Does not exist. | 44) Does not exist. |
| 45) Does not exist. | 46) -1 | 47) ∞ | 48) -1 |
| 49) $\frac{\sqrt{6}}{2}$ | 50) $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ | 51) 0 | 52) ∞ |
| 53) ∞ | 54) 0 | 55) $-\infty$ | 56) $-\infty$ |
| 57) $-\infty$ | 58) ∞ | 59) 3 | 60) $-\infty$ |
| 61) Continuous | 62) Jump discontinuity at: $x = -2$ | | 63) Continuous |
| 64) Removable discontinuity at: $x = -3$ | | 65) Oscillating discontinuity at: $x = \pi$ | |
| 66) Continuous | 67) Continuous | 68) Continuous | |
| 69) Oscillating discontinuity at: $x = \pi$ | | 70) Oscillating discontinuity at: $x = -\pi$ | |
| 71) Infinite discontinuity at: $x = -2$ | | 72) Continuous | |